



55
1
75



PLATE XLIV

6295.

585965

CONSIDERAZIONI

INTORNO LA SCALA PRINCIPALE DELL' OSPEDALE MILITARE

DAL TITOLO

S. FRANCESCO DA PAOLA

IN CASERTA



NAPOLI
DALLA TIPOGRAFIA TRANI
Str. Speranzella n. 109.
1858.



Non vi è parte della pubblica amministrazione del Regno delle due Sicilie che abbia tanto richiamato le cure del nostro Augusto Sovrano (D.G.) fin dal suo fausto avvenimento al Trono, quanto quella delle opere pubbliche nella loro triplice divisione; Regie, cioè, Provinciali, e Comunalì.

Dal Tronto al Passaro se ne sono vedute sorgere un numero immenso nel decorso di pochi anni: e l'Agricoltore che ha veduto bonificate le sue terre, il Proprietario che ha potuto facilmente far circolare ovunque le sue derrate, ed il misero che ha veduto aperto un asilo a suo ricovero; hanno rivolto un pensiero di benedizione alla mano onde tanto bene derivava.

E tra le altre a qualche distanza dal lato occidentale della Reggia e Real Boschetto di Caserta, sorgeva un Ospedale Militare sotto il titolo di S. Francesco da Paola, che per la sua mole, ed altezza, perocchè non meno che agli svariati uffici, largamente soddisfa a tutte le esigenze dei sofferenti Militari, sostiene in Europa il paragone di poche altre simili opere filantropiche.

•

Ma non è pensiero d'intrattenerci sulla descrizione di questo grandioso Edificio; sibbene è nostro scopo riprodurre in istampa poche parole sulla scala principale di esso, che, presentandosi nuova nella scienza, poichè da noi ideata, come nella costruzione diretta, ha dritto alla discussione e censura di coloro che ne seguono con occhio vigilante svolgimento.

Nè ciò si faceva attendere, chè la novità richiamando in particolar modo l'attenzione del sig. Cesare Guarasci, 1.º Tenente del Corpo Real del Genio, d'un bel suffragio la confortava, in quella che non solo a forma scientifica i dati meccanici di essa scala riduceva; ma ne pubblicava altresì i risultati con dotta memoria inserita negli Annali delle opere pubbliche e dell'Architettura pel Corpo degl'Ingegneri di Ponti e Strade dell'anno 7.º sotto l'Art. 64.

Lo incremento delle scienze cui siamo obbligati a contribuire, ci ha spinti a riprodurla in un opuscolo separato. Vivete sani.

Caserta agosto 1858

MICHELE MIRAGLIA.



Fra le opere di Architettura per le quali si richiede maggior diligenza e perizia a ben comporle si debbono particolarmente annoverare le scale che conducono ai diversi piani di qualsivoglia edificio.

Desse, non altrimenti da ogni altra opera di simil genere, debbono soddisfare, come è noto, tali condizioni perchè riescano convenienti, solide, comode e belle; ma se particolari circostanze a cui, in pari tempo, fosse uopo riguardare, e che in questa sorta di costruzioni più volentieri si affacciano, avviene che si oppongano in maniera più o meno efficace allo adempimento dei cennati precetti; allora si cade nell'obbligo difficile di produrre con elementi non tutti concordi un risultato che riuscirà di tanto maggior pregio, quanto più accuratamente e con buon giudizio saranno state sacrificate le più lievi a pro delle più importanti fra le condizioni imposte all'opera.

Difficoltà di tal natura sorgevano nello architettare la scala del grande Ospedale di S. Francesco di Paola in Caserta, Edificio che il Provvido volere dell'Angusto Monarca ordinava dalle fondamenta, affidandone la cura al Corpo Reale del Genio. E poichè non sarebbe qui luogo di esporre d'onde e per quali modificazioni posteriori al primitivo progetto, cosiffatte difficoltà, fossero derivate, diremo solamente che obbligativamente fu uopo costruire la gradinata principale dell'edificio con le difficili condizioni che qui in seguito vengono espresse.

Si dovevano sviluppare le tese in un ambito rettangolare di palmi 49 per pal. 36.5; in guisa da ascendere ad un primo piano, alto pal. 7 dal pianterreno e ad un secondo elevato pal. 21.5, sul primo.

Nel tempo stesso si doveva dare ingresso a ciascun piano mercè quattro vani disposti a due a due negli estremi de' lati maggiori della gabbia.

Finalmente era uopo disporre siffattamente gli archi della scala da lasciare un libero passaggio alle vetture fra due grandi vani di portoni praticati di rimpetto e nel mezzo de' lati minori della gabbia.

Le enunciate condizioni per poco che maturamente vadano considerate, si scorgerà che erano di grave momento, ed a soddisfarle, necessario di allontanarsi dai modi co' quali ordinariamente vanno costruite le diverse gradinate che, ne' casi ordinarii, si prescelgono fra le più note nell'arte di edificare. Ed in verità, nè una scala con rampe e ripiani attaccati ai lati della gabbia, nè una scala a due tese parallele, ed una opposta, nè qualunque

altra, comunque disposta fra le consuete, dileguavano la difficoltà di dover giungere alle altezze dei piani, con le fissate dimensioni della gabbia, senza che le tese avessero sconciamente tagliato l'uno o l'altro vano dei portoni; risultando in egual tempo, ingombra la visuale ed il passaggio per le vetture fra l'uno e l'altro.

Siffatte ragioni ponderate maturamente dal Capitano del Genio sig. Michele Miraglia, che con perizia e zelo ammirevole dirigeva il lavoro, lo indussero a dare all'opera l'ordinamento qui appresso descritto.

Al primo piano, di livello poco alto da quello di terra, si pervenne mercè quattro piccole tese, le quali a due a due, con direzioni opposte, a destra ed a sinistra de' due inviti, situati nel mezzo de' lati maggiori dell'ambito, ascendono a quattro ripiani; agli estremi de' detti lati, e dove precisamente accadono i quattro ingressi del 1.º piano. Per giungere quindi al 2.º piano, dagli accennati ripiani, dopo una breve svolta, verso gli angoli della gabbia, procedono quattro tese su due archi, secondo le diagonali della stessa, e sulla intersezione di questi è formato un ripiano centrale, che mercè comodi gradini, elevasi pal. 22 dal suolo.

Finalmente da questo ripiano partono due ultime tese, che mettono capo nel mezzo de' lati maggiori di un ballatoio, ricorrente intorno l'ambito, e che conduce ai quattro ingressi del 2.º piano, che corrispondono simmetricamente su quelli del primo.

Il disegno che qui diamo (*tav. 16*) risparmia di

esser prolissi nel descrivere; sarà agevolissimo dalla pianta e dai due tagli rendersi chiaro della struttura della scala. Pertanto si reputerà degno di nota che la idea con cui venne formata ben corrispose alle difficili condizioni che era d'uopo soddisfare; e veramente non può dissentirsi che lo sviluppo delle tese secondo le diagonali, nella qual cosa consiste l'originalità dell'Opera, non solo sopperi al poco recesso che avrebbero offerto i lati, ma altresì rese libero il passaggio fra i due portoni; non ingombra la visuale fra il cortile e l'Orto agrario sperimentale, su cui dà la facciata a mezzogiorno dell'Ospedale, ed infine l'insieme delle varie tese nonchè presentare un confuso e spiacevole contrasto, offre invece un ordinato ed armonioso effetto ed un proporzionato e non eccessivo carattere di arditezza.

A fronte degli enumerati pregi non vorremmo per altro che dovesse appuntarsi a grave difetto l'aver dovuto alterare la forma dei gradini, ove accadono le quattro svolte, all'origine delle quattro tese, secondo le diagonali, chè se l'uguaglianza dei gradini in una scala è richiesta dal passo misurato ed uniforme delle persone, d'altro canto, è una scusabile licenza quella adoperata, nel caso in mira; dappoichè il sito dove sono le accennate svolte si annunzia da qualunque punto della scala; laonde non è a temere che potesse incontrarsi con sorpresa, prescindendo già che si è ben pensato perchè i pochi gradini in tal sito offrissero una pedata media soddisfacente.

Infine, qualora le dimensioni della gabbia della scala l'avessero consentito avrebbe potuto avviarsi anche a questa menda, mercè un riposo di forma quadrilatera che avrebbe sostituito ciascuna svolta; ma nel caso attuale non poteva darglisi luogo senza che ne fosse conseguito il bisogno di dover troppo aumentare l'altezza dei gradini, cosa che avrebbe condotto un vizio più che altro mai incompatibile. Inoltre era nella mente del costruttore di progredire oltre la stessa struttura per ascendere in un 3.^o piano dell'Edificio; ma superiori ordini prescrissero che fosse limitata al 2.^o piano, parendo sufficienti altre scale di cui è munito il fabbricato per accedere in tutti i piani di esso.

Nondimeno che che sia delle ragioni che coartarono il perfetto compimento dell'opera, siamo in grado di ritenere che tale qual'ella è, comunque nata dal bisogno di superare imponenti difficoltà, possa peraltro presentare un archetipo al quale si può utilmente volgere l'attenzione, non solamente quando speciali condizioni lo richiedessero; ma altresì quando l'Edificio per la sua particolare destinazione e forma, ammettendo alcun che di nuovo ed originale, si offrisse ad avere una simile scala; ed in tal caso, quando col primitivo progetto fosse disegnata, si potrebbe, dando all'ambito convenevoli dimensioni, ottenere come già si è accennato, che all'origine delle tesse sulle diagonali non fosse bisogno alterare la figura de' gradini. Si potrebbe pure calcolando convenevoli spessezze alle mura d'ambito, col tener già presente la vantaggiosa

disposizione degli archi, i quali comechè spingessero negli angoli incontrano ivi appoggi più resistenti di quelli che offrirebbero i lati, progredire la scala per tutti i piani, ancorchè questi non conservassero la medesima altezza.

È pur notevole come la indicata disposizione delle tese si porge opportuna a far che risultino bene illuminate, dappoichè esse lasciano un considerevole varco non solamente alla luce, che abbondantemente viene dai due portoni; ma eziandio a quella che s'introduce dagli altri vani praticati a tal uopo.

Finalmente non è superfluo avvertire che volendo abbellire una scala di tal forma, ben la decorazione vi troverebbe posto, stante la euritmica disposizione delle tese relativamente ad ogni faccia dell'ambito e la simmetrica disposizione di esse per ogni piano.

Dopo aver ragionato intorno a ciò che forma la parte inventiva dell'opera, crediamo pure opportuno trattenerci particolarmente su ciò che riguarda la statica della costruzione, e con questo offrire il modo di valutare il grado di robustezza a cui è stata condotta.

Per non fermarci se non in ciò che merita particolarmente considerazione, ci asterremo dal parlare degli archi che formano i ballatoi al 2.^o piano, i quali non allontanandosi dall'ordinario modo di costruzione, il loro esame non offrirebbe nulla d'importante. Prenderemo bensì a considerare i due arconi che s'intersecano secondo le diagonali

della gabbia, formando le quattro tese, di che si è detto di sopra. Siffatti archi sono di mattoni, con malta di arena e pozzolana vulcanica; senonchè per alleggerire la cima di essi, avuto riguardo al carico delle altre due tese appoggiate al riposo centrale, la fabbrica invece di progredire tutta piena dalle imposte alla chiave, a partire dalle commesure nei reni, che fanno un angolo di 38° e poco più con la verticale, si sono in ciascuno lasciati due vuoti longitudinali, ognuno della larghezza di pal. 4.5 che si profondano, da sotto i gradini, fino ad un palmo sopra l'intradosso, e lasciano tre piene uguali due negli estremi ed uno nel mezzo sui quali precisamente sono appoggiati i gradini. Sotto al piano del riposo centrale intersegandosi i vóti ed i pieni, appartenenti a ciascun arco, formano nell'interno della fabbrica una specie di graticola dalla quale risulta una utile concatenazione fra gli archi parziali che costituiscono i suddetti pieni.

Potremmo astenerci dal presentare il calcolo da cui si deduce la fermezza dei descritti archi; ma più come utile applicazione delle teorie meccaniche, che per abbattere finalmente i timidi o malevoli raziocini di alcuni che male presagivano della riuscita della costruzione, ci faremo a procedere oltre in tal ricerca, che d'altro canto non è scevra di alcune considerazioni degne di nota.

Ognuno degli archi, di cui è parola, è formato con l'intradosso ad arco di cerchio, e sono perfettamente eguali, in guisa che basta considerare

un solo di essi di cui se ne rappresenta la metà nella *fig. 1, tav. 16*.

La parte al disotto della sezione *ab* è tutta piena; nella rimanente al di sopra sono praticati i vuoti.

Sull'estradosso vedesi segnato lo zoccolo di pietra calcarea di Caserta alto pal. 0.75, e della stessa pietra sono i gradini nei cui laterali ricorre il suddetto zoccolo.

La freccia dell'intradosso è di pal. 18.5.

La semicorda dello stesso è di pal. 22.9.

La grossezza in chiave è di pal. 3.5.

La larghezza della tesa è di pal. 6.5.

Inoltre sono date $Om=8.3$, $ma=13.3$, che son le coordinate del punto *a* in cui hanno origine i vuoti lasciati nella fabbrica. È data pure la grossezza dell'arco in questo punto che è $ab=2.75$; ed in ultimo è nota la larghezza del ripiano centrale, la cui metà, esclusa la pedata del gradino estremo, è $Bu=3.8$.

Prima di andare innanzi è d'uopo rammentare che la meccanica prevedendo tutti i movimenti che hanno luogo nel rompersi un arco, offre sei equazioni, le quali a due a due valgono a limitare il valore della spinta orizzontale da impedire ciascuno dei predetti movimenti. Ma il calcolo delle sei equazioni accennate ognun sa quanto sarebbe penoso, se l'esperienza ordinariamente non desse l'agio di riconoscere a prima vista quali sono i movimenti temibili nell'arco che si considera, e quindi a quali delle sei equazioni fa d'uopo ricorrere per la ri-

cerca della spinta orizzontale. Nel nostro caso trattasi di una vólta il cui intradosso è un arco di cerchio, l'ampiezza del quale è maggiore di 120° , adunque la rottura non avverrebbe in due pezzi, come nelle vólte ad arco di cerchio di minore ampiezza; ma sibbene in quattro, come generalmente per le altre vólte (1). Inoltre comunque alleggerita la parte superiore dell'arco per virtù dei vuoti lasciati, pure l'ingrossamento che in esso ha luogo dalla sezione *ab* verso la chiave ed il peso che ivi esercita la rampa appoggiata al ripiano centrale, ci fanno conchiudere che debba considerarsi l'arco come sopraccaricato nella parte superiore, e perciò a norma delle esperienze di Danisy (2), di Gauthy (3), di Rondelet (4), il valore della spinta orizzontale deve cercarsi supponendo che, rotto l'arco in quattro pezzi, le parti superiori tendano ad abbassarsi, con moto rotatorio intorno gli spigoli interni delle sezioni di rotture mentre le inferiori tenderebbero a rovesciare al di fuori. Prenderemo quindi le equazioni che offre la meccanica,

(1) Navier, applicazioni della meccanica allo stabilimento delle costruzioni e delle macch. art. II, n. 314.

(2) *Traité de la coupé des pierres* di Frezier, tom. III.

(3) *Dissertation sur les dégradations du Panthéon Français*, pag. 111; *Traité de la construction des Ponts*, tom. I, pag. 240.

(4) *Art. de bâtir*, tom. III, pag. 236 e seg.

nella ipotesi del descritto movimento, esse sono (1)

$$Q = \frac{G(x-x) - \frac{1}{2}Rz}{b'-y} \dots\dots\dots (A)$$

$$Q = \frac{G(x-x') + \frac{1}{2}Rz}{b'-y'} \dots\dots\dots (B)$$

In queste :

Q denota la spinta orizzontale ;

G il peso della porzione dell'arco compresa fra la sezione in chiave ed una sezione qualunque ab ;

(x, β) le coordinate del centro di gravità della porzione suddetta, prese dal piede dell'intradosso ;

(x, y) le coordinate di un punto a dell'intradosso, corrispondente alla sezione che si considera ;

(x', y') quelle del punto b ;

(a, b) le coordinate del punto A ;

(a', b') quello del punto B ;

z la lunghezza della sezione qualunque ab ;

R il valore della forza di coesione, riferita alla unità di superficie, che è vinta quando due parti dell'arco si separano in direzione perpendicolare al piano della sezione.

Circa il valore da attribuire ad R riterremo il risultato medio delle sperienze del Rondelet da cui risulta che la resistenza assoluta delle malte, per

(1) Navier. Op. cit. art. III, num. 324,

$N. B.$ Si è scritto il termine $\frac{1}{2} Rz$ in luogo di $\frac{1}{3} Rz$ per le ragioni che si diranno in seguito.

un decimetro quadrato di superficie, si può ritenere pari a 500 chilogrammi (1); quindi, per un palmo quadrato, è espressa in rotoli da 3926, se non che prudenzialmente si riterrà il decimo di tal valore, e perciò sarà

$$R = 393$$

Un altro elemento che va pure in calcolo è la gravità specifica della pietra di Caserta, e quella della fabbrica di mattoni. Denotando la prima per ω , la seconda con p sarà:

$$\omega = 55.9, p = 44.$$

Inoltre dovendo tener conto delle due tese, che gravano sul riposo centrale, chiameremo P il peso di ognuna; e poichè in ciascuna, la fabbrica di mattoni che forma l'arco ha pal. 9.4 di lunghezza; pal. 6.5 di larghezza e pal. 2 di grossezza media, ed inoltre su detta fabbrica poggiano due zoccoli di larghezza pal. 0.5, altezza pal. 0.75 e sei gradini di pedata pal. 1.25, altezza pal. 0.7 sarà

$$P = 6.5(9.4 \times 2 \times 44 + 9.4 \times 0.75 \times 55.9)$$

$$- \frac{1}{2} \times 1.25 \times 0.7 \times 6 \times 55.9$$

donde

$$P = 6734.$$

E per la metà dell'arco che si considera

$$\frac{1}{2} P = 3367.$$

(1) Art. de bâtir, tom. I.

Finalmente denoteremo con

Σ la somma delle sezioni prodotte nei gradini, della porzione dell'arco che si considera, da un piano ad essi perpendicolare; e con x', x'', x''', x'''' , ec.: indicheremo le ascisse dei centri di gravità dei solidi parziali i quali, come vedremo, daranno il modo di valutare il momento di una porzione dell'arco $ABab$, relativamente al punto a , essendo anche le dette ascisse contate dallo stesso punto.

Prima di passare al calcolo delle equazioni (A) e (B) fa d'uopo avvertire che esse sono relative ad una zona dell'arco la cui larghezza è eguale all'unità. Pel caso che abbiamo in mira, poichè l'arco non ha una sezione uniforme, in tutta la sua larghezza, fa d'uopo considerarlo intero; perciò ritenendo sempre Q e G gli stessi significati, ma per tutta la larghezza dell'arco, che dinoteremo con l ; e denotando (α, β) le coordinate del centro di gravità del peso G , e del peso $\frac{1}{2}P$ che grava la cima della metà dell'arco che si considera, le equazioni generali diverranno

$$Q = \frac{(G + \frac{1}{2}P)(\alpha - x) - \frac{1}{2}Rl z^2}{b' - y} \dots\dots\dots (A')$$

$$Q = \frac{(G + \frac{1}{2}P)(\alpha - x') + \frac{1}{2}Rl z'^2}{b' - y'} \dots\dots\dots (B')$$

Ciò premesso dovremmo calcolare il valore di Q dato dalla (A') per diverse sezioni dell'arco presso i reni, e quello dato dalla (B') per diverse sezioni verso le imposte. Se il massimo fra i primi valori è minore del minimo dei secondi, sarà indubitato

l'equilibrio. Quelle sezioni per le quali corrisponde il massimo della (A) ed il minimo della (B) sono, come è noto, le sezioni di rottura; e viceversa, quando anticipatamente, sia per l'esperienza, sia per particolari considerazioni dipendenti dalla forma di un arco, è noto in qual punto presso a poco esso è suscettibile di rottura, rimangono limitati i calcoli suddetti, anzi, nella pratica, può anche bastare di paragonare de' valori che non sieno puramente il massimo ed il minimo della (A) della (B); ma che si accostino sufficientemente. In guisa che se pei detti valori approssimati si verifica che il primo è tanto minore del secondo, quanto prudenzialmente deve pretendersi, perchè siavi un ragionevol grado di stabilità, può bene ritenersi che il vero massimo ed il vero minimo del pari soddisfacciano la voluta condizione.

Nel nostro caso è notevole la particolare struttura dell'arco, dappoichè i vuoti lasciati, dai reni in su, fanno rivolgere l'attenzione nella sezione in cui essi hanno origine. Inoltre dopo tal sezione un'altra ve n'è notevole, cioè quella in cui l'arco ha la minima spessezza, che è appunto dove la commessura è perpendicolare alla tangente all'intradosso parallela al piano della rampa.

Calcoleremo dunque la (A) per queste due sezioni ed il più grande dei due valori che ne risulteranno, sarà o differirà pochissimo dal massimo della (A); cioè dal valore di Q che deve assumersi per la spinta orizzontale. Riguardo al minimo della (B), dovrebbe esso risultare per la prima commessura

orizzontale dell'arco; ma poichè questo minimo rappresenta il più piccolo valore della forza Q applicata alla chiave chè rovescerebbe la mezza vòlta da dentro in fuori, e poichè, nel nostro caso, vedesi facilmente che l'arco non chè rovesciare intero nel modo anzidetto, si romperebbe dove è scemo di un prisma di fabbrica per dar luogo alla rivolta nell'origine della tesa, pare evidente che il cercato minimo debba trovarsi esattamente, o con molta approssimazione, per la commessura dell'accennata svolta in cui l'arco soffre il massimo restringimento.

Passeremo intanto a calcolare la (A') per la sezione ab d'onde incominciano i vuoti; si avrà:

$$(G + \frac{1}{2}P)(\alpha - x) =$$

$$3.5p(\text{Tri:Can. } x' - \text{sett. } aCA. x'' - \text{Tri:Bun. } x''') \\ + 3p\text{Arc. } adA. x'' + 6.5\omega \Sigma x' + \frac{1}{2}P. x''.$$

Si debbono determinare i momenti parziali che sono in questa espressione.

A tale oggetto è prima uopo avere il raggio dell'intradosso che si otterrà facilmente, giacchè

$$OD = AD(2r - AD)$$

e sostituendo i dati, sarà $r = 23.4$.

Si ha poi pei due triangoli $\beta\alpha C$, αC ,

$$\alpha\beta = \frac{at(r + ax)}{r}, \beta C = \frac{Ct(r + 2)}{r}$$

d'onde sostituendo i numeri sarà

$$\alpha\beta = 15.9,$$

$$\beta C = 19.8.$$

Si ha pure

$$nB = \frac{uB \times B\beta}{\alpha\beta - uB}$$

e mercè i dati, e le lunghezze calcolate di sopra, verrà

$$nB = 2.2.$$

Finalmente *un* che servirà nel calcolo, si troverà poichè son noti *nB* e *uB*, e sarà

$$un = 4.4.$$

Nel triangolo *Cxn* è ora nota l'altezza $\alpha\beta$, la base è $nC = BC + nB = 29.1$.

Quindi

$$\text{Tri: } Cxn = \frac{1}{2} \times 29.1 \times 15.9 = 231.40.$$

L'ascissa del centro di gravità x sarà data da

$$x' = at - \frac{1}{3} \alpha\beta = 9.3.$$

Sarà dunque

$$\text{Tri: } Can.x' = 2152.$$

Per determinare il settore *aCA* fa d'uopo averne l'angolo, ed essendo

$$\text{tang. } ACa = \frac{at}{tC},$$

sostituendo i numeri sarà:

$$\text{tang. } ACa = 38^\circ.44'.$$

•

Quindi

$$\text{sett. } aCA = \frac{38^\circ.44'}{180^\circ} \times \frac{1}{2} \pi r^2 = 185.$$

L'ascissa del centro di gravità sarà

$$x'' = at - \frac{1}{2} r \cos 70^\circ.38' = 9.4;$$

e perciò

$$\text{Sett. } aCA \cdot x'' = 1739.$$

In seguito si ha

$$\text{Tri: } Bun = \frac{1}{2} Bu \times Bn = 4.20,$$

$$x''' = et - \frac{1}{2} Bu = 13.3.$$

Quindi

$$\text{Tri: } Bun \cdot x''' = 56.$$

Si ha poi, dietro il calcolo fatto pel settore,

$$\text{Arc: } adA = 15.8$$

$$x'' = at - r \cos 70^\circ.38' = 6.8.$$

$$\text{Arc: } adA \cdot x'' = 107.40.$$

Riguardo al momento dei gradini, trascurando le piccole porzioni degli zoccoli comprese fra la pedata di ognuno ed il fronte del seguente, sarà:

$$\Sigma = \frac{1}{2} (a\beta - u\beta) 0.7 = 4.20$$

$$x'' = at - uB - \frac{1}{2} (a\beta - uB) = 4.8;$$

e quindi

$$\Sigma x'' = 20.$$

In ultimo, per la rampa appoggiata sul riposo centrale, si ha

$$\frac{1}{2}P = 3367,$$

$$x'' = at - \frac{1}{2}uB = 12.7;$$

e perciò

$$\frac{1}{2}Px'' = 42761.$$

Ciò posto facendo le debite sostituzioni sarà:

$$(G + \frac{1}{2}P)(\alpha - x) = 114468 \quad (a)$$

e dai calcoli fatti si avrà pure agevolmente

$$G + \frac{1}{2}P = 12892. \quad (b)$$

Circa al termine $\frac{1}{2}Rl_z'$, che indica il momento della resistenza alla rottura, ci siamo attenuti alla ipotesi di Galilei, nè crediamo che l'altra di Mariotte e Leibnitz convenissero meglio, trattandosi per massi di muratura, in cui non è da supporre quella legge di elasticità nelle fibre su cui la seconda ipotesi è fondata (1). Avremo dunque per la sezione ab , considerando i vóti

$$\frac{1}{2}Rl_z' = \frac{1}{2}R(4 \times 3.5 + 3) = \frac{1}{2}R = 3340.$$

Facendo ora le sostituzioni nella (A) si avrà:

$$Q = 12772. \quad (1)$$

Passeremo ora all'altra sezione AB' che è quella

(1) Venturoli. El. di Mecc., num. 545.

in cui l'arco ha la minor grossezza. Si troverà con calcoli facilissimi .

$$\text{Tri: } C\alpha'n = 184.80,$$

$$x' = 7.6,$$

$$\text{Tri: } C\alpha'n.x' = 1405,$$

$$\text{Sett: } A'CA = \frac{30^\circ.19'}{180^\circ} \cdot \frac{1}{2} \pi r^2 = 146.20,$$

$$x'' = A't' - \frac{1}{3} r \cos 74^\circ.51' = 7.8,$$

$$\text{Sett: } A'CA.x'' = 1140.40.$$

$$\text{Tri: } Bun = 4.20,$$

$$x''' = A't' - \frac{1}{3} Bu = 10.6,$$

$$\text{Tri: } Bun.x''' = 44.50.$$

$$\text{Arc: } A'\alpha'da = 13,$$

$$x'' = A't' - r \cos 74^\circ 51' = 5.7,$$

$$\text{Arc: } A'\alpha'da.x'' = 74.10,$$

$$\Sigma = \frac{1}{2} (A't' - uB) 0.7 = 2.80,$$

$$x' = A't' - uB - \frac{1}{2} (x'\beta' - uB) = 3.6.$$

$$E x' = 10.10,$$

$$\frac{1}{2} P = 3367,$$

$$x'' = 9.9,$$

$$\frac{1}{2} P x'' = 33333.30;$$

e quindi

$$(G + \frac{1}{2} P) (\alpha - x) = 77702$$

e

$$G + \frac{1}{2} P = 10919.$$

(c)

Pel momento della resistenza alla rottura si avrà facilmente

$$\frac{1}{2} R l z' = 2564.$$

Fatte quindi le sostituzioni verrà :

$$Q = 11064. \quad (2)$$

Questo valore essendo più piccolo di quello trovato per la sezione *ab*, dovremo conchiudere che quest'ultima debba ritenersi come sezione di rottura, e perciò il valore di *Q* dato dalla (1) sarà la spinta orizzontale. Passeremo ora a calcolare la (*B'*).

Dietro ciò che si è detto di sopra, istituiremo il calcolo immaginando una sezione di rottura secondo la direzione *a'H* che passa pel punto *a''* in cui l'arco soffre il massimo restringimento.

Le coordinate di questo punto rispetto all'origine *O* sono date; e sono *Om' = 2.6*, *m'a'' = 8.6*; similmente è data l'ordinata *m'h = 12.3*.

Trattasi ora di determinare il momento espresso da

$$(G + \frac{1}{2} P)(\alpha - x')$$

Chiameremo *MU* il momento della porzione *ABba* relativamente allo spigolo *H* della sezione di rottura, e dinoteremo con *x, x', x''*, ec. le ascisse dei centri di gravità dei solidi parziali che serviranno a calcolare il primo degli accennati momenti.

La parte *abb'a'* è formata dal triangolo *bb'C'C* meno il settore *aa'C*, meno il volume di un prisma di cui è scemo l'arco sull'estradosso, nel sito della svolta; siffatto volume può essere sostituito, con

sufficiente approssimazione, da una piramide che ha per vertice il punto α'' e per base il triangolo rettangolo che si proietta verticalmente secondo Hh ed orizzontalmente nel triangolo $ss's''$.

Avremo quindi

$$(G + \frac{1}{2}P)(\alpha - \alpha') = 6.5p(\text{Tr:HC}\alpha.x - \text{sett.}\alpha'Ca\alpha')$$

$$- \text{Pir:}\alpha'Hh.p.x' + 6.5\alpha\Sigma x'' + MU.$$

Ora essendo note le coordinate del punto α'' , si troverà facilmente

$$\text{Ang. HC}\alpha = 33^{\circ}.14';$$

e sarà quindi agevole determinare gli angoli del triangolo $HC\alpha$, che saranno:

$$C\alpha H = 98^{\circ}.25'.$$

$$\alpha C\alpha'' = 18^{\circ}.2'.$$

$$\alpha HC = 63^{\circ}.33's$$

Si avrà poi mercè le linee determinate

$$H\alpha = \frac{25.4 \text{ sen } 18^{\circ}.2'}{\text{sen } 63^{\circ}.33'} = 8.8.$$

e poichè pei calcoli precedenti $C\alpha = 25.1$, sarà

$$\text{Tri:HC}\alpha = \frac{1}{2}25.1 \times 8.8 = 110.40$$

$$\text{Calcolando ora } Dm'' = CH.\cos.HC\alpha,$$

$$Hm'' = CH.\text{sen.}HC\alpha,$$

$$\text{risulterà } Dm'' = 23.3,$$

$$Hm'' = 10.4.$$

Si avrà poi per l'ascissa del centro di gravità

$$x = Dm'' - Dq + \frac{1}{6}(Dm'' + Dq)$$

e poichè $Dq = \alpha\beta = 15.9$,

sarà

$$x = 1.2;$$

e quindi

$$\text{Tri: HC} \alpha . x = 1126.10.$$

Si ha poscia :

$$\text{Sett. } \alpha'Ca = \frac{1}{3} \pi r^2 \frac{18^\circ.2'}{180^\circ} = 86.$$

$$x' = Dm'' - \frac{1}{3} r \cos 42^\circ 15' = 11.8;$$

e perciò

$$\text{Sett. } \alpha'Ca . x' = 1015.$$

Circa il momento della piramide, si otterrà prima Hh mercè le lunghezze note Hm'' , hm' , Dm'' , Dm' ; e sarà

$$Hh = 3.6;$$

quindi la base della piramide sarà

$$\frac{1}{3} . 6.5 \times 3.6;$$

e poichè l'altezza è data da

$$\alpha''h . \text{sen } hnC = 3.2;$$

sarà

$$\text{Pir: H} \alpha''h = 12.61.$$

Si ha poi

$$x'' = \frac{1}{4} m' m'' - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} m' m'' = \frac{1}{4} m' m'' = 1.5;$$

e perciò

$$\text{Pir} : H \alpha'' h \cdot x'' = 18.90.$$

Pel momento dei gradini si avrà prima

$$\Sigma = \frac{1}{2} (D m'' - \alpha \beta) 0.7 = 2.60,$$

indi

$$x''' = 3.7;$$

e finalmente

$$\Sigma x''' = 9.60.$$

Il momento MU si otterrà aggiungendo al valore (a), il prodotto del peso (b) per la distanza orizzontale fra il punto α ed il punto H; questa distanza essendo eguale a 8.7 sarà:

$$MU = 114468 + 8.7 \times 12892 = 226628;$$

e quindi si avrà

$$(G + \frac{1}{2} P)(\alpha - x') = 217137.$$

Circa il termine $\frac{1}{2} R l z'$ sarà facile vedere che nella sezione che si considera verrà

$$R[\frac{1}{2} \alpha'' H \times 6.5 \times \frac{1}{2} \alpha'' H + 6.5(\frac{1}{2} + \alpha'' H)]$$

e poichè $\alpha'' H$ risulta eguale a 3.8;

si avrà, facendo i calcoli:

$$\frac{1}{2} R l z' = 23285.$$

Ed in ultimo si avrà

$$Q = 22257. \dots \dots \dots (3)$$

Questo valore di Q notevolmente più grande di quello dato dalla (1) fa manifesto che l'arco di cui si ragiona non solamente soddisfa le condizioni per lo equilibrio ; ma presenta altresì un grado di robustezza su cui può fondatamente fidarsi ; e che debbesi stimare, senza dubbio, necessario per assicurare la costruzione a competente diuturnità.

Nondimeno per completare il nostro assunto è d'uopo procedere ad altra ricerca, cioè quella delle pressioni che hanno luogo nelle sezioni dell'arco, per aver quindi ragione del modo come è cimentata la resistenza de' materiali esposti a coteste pressioni.

A tale proposito rammenteremo che ogni qualvolta un arco non presenti una forma singolare, basta verificare che le pressioni nella chiave, nella sezione di rottura ai reni e nella prima sezione orizzontale, serbino una ragionevole misura per esser certi che in ogni altra sezione avvenga lo stesso (2).

Chiamando T la pressione che si esercita sopra una commessura qualunque, sarà (1):

$$T = (G + \frac{1}{2}P) \sin \theta + Q \cos \theta \dots\dots (c)$$

nella chiave, essendo $\theta = 0$, sarà:

$$T = Q = 12772 \dots\dots\dots (4)$$

(1) Navier, op. cit. n. 332.

(2) Idem, idem, n. 330.

Nella sezione di rottura ai reni, essendo $\theta = 38^{\circ}44'$, si avrà:

$$T = 12892 \text{ sen } 38^{\circ}44' + 12772 \text{ sen } 38^{\circ}44';$$

e fatti i calcoli:

$$T = 18033 \dots\dots\dots (5)$$

In luogo di valutare l'altro valore della pressione, che ha luogo nella prima commessura orizzontale, cercheremo quello che corrisponde alla sezione di rottura considerata nella svolta della scala; e non è difficile persuadersi che in questo punto ove l'arco soffre un sensibile restringimento debba avere, la pressione, un maggior valore.

Per questa sezione si ha $\theta = 56^{\circ}46'$.

Si avrà poi $G + \frac{1}{2}P$ aggiungendo al valore trovato (b) il peso della porzione $abb'a'$, che, mercè i calcoli fatti precedentemente, si troverà eguale a 1428; sarà quindi:

$$G + \frac{1}{2}P = 14320;$$

e quindi

$$T = 14320 \text{ sen } 56^{\circ}46' + 12772 \text{ cos } 56^{\circ}46'$$

e fatti i calcoli si avrà:

$$T = 18967 \dots\dots\dots (6)$$

Queste pressioni, secondo il modo onde si è divisata la rottura dell'arco, si dovrebbero considerare non già uniformi per tutta l'altezza delle

sezioni; ma si bene, avendo riguardo che le parti dell' arco separate tendono ad allontanarsi negli spigoli superiori ed inferiori, e sempre più a spingersi negli spigoli opposti, dovrebbero risultare dei valori ognora crescenti a misura che in ciascuna sezione si procederebbe dallo spigolo di separazione a quello di appoggio. Qualunque ipotesi volesse assumersi sulla legge con cui ha luogo questo aumento, è per altro riconosciuto (1) che trattandosi di un arco in cui oltre l'equilibrio siavi eccesso di fermezza e di cui i cunei sono uniti con cemento, l'applicazione di coteste ipotesi danno risultamenti tanto più lontani dal vero quanto minore è la tendenza dell'arco alla rottura.

E perciò in questo caso, che è il più ordinario nella pratica, si può senza inconveniente considerare la pressione uniformemente distribuita in ogni commessura; chè se in alcuni punti, segnatamente per quelli di rottura, l'effettiva pressione riesce comechè poco, maggiore di quella che darebbe il calcolo, pure quando quest'ultima è compresa nei giusti limiti fiduciali, non è a temersi che la prima se ne discosti tanto da indurre sospetto di aver con eccesso cimentato i materiali.

Adunque ritenendo nel nostro caso, la pressione uniforme in tutta l'area delle sezioni, dividendo rispettivamente i valori di (4) (5) e (6) pe' numeri 15, 10 e 20 che è facile determinare, e che sono le aree delle tre sezioni di rottura, si avrà la pressione:

(1) Navier op. cit. n. 337.

- In chiave parl a rot. 852, (7)
- Ai reni, rot. 1803, (8)
- Alla sezione al basso, rot. 998 (9)

Il difetto di saggi speciali sui materiali adoperati nella costruzione non ci offre abilità di esattamente valutare qual rapporto hanno i risultati precedenti con quei numeri che esprimerebbero i moduli della resistenza pel materiale suddetto, e solo possiamo giovarci dei dati dell'esperienza su materiali che, comunque si assomigliassero ai precedenti, pure non giungono ad averne i pregevoli requisiti. Innanzi tutto è da osservare che le pressioni nell'arco agendo a vicenda sopra i mattoni e gli strati di malta, è la resistenza di quest'ultimi che deve porsi a calcolo, mentre è noto che il mattone in generale può sopportare dei carichi ben più gravi di quelli a cui soggiacerebbero le malte composte di calcina, sabbia e pozzolana. Intanto da alcune sperienze del Rondelet (1) si conosce che la malta formata con pozzolana bianca di Napoli ed arena può sopportare sopra ogni centimetro quadro della sezione il peso di 38 chilogrammi. L'uso della pozzolana nera (vulcanica), come quella che si è adoperata nella costruzione offre certamente un miglior risultato, e forse la resistenza della malta così composta può pareggiare quella del mattone, che si stima, per valor medio, a 40 chilogrammi per centimetro quadrato; ma in mancanza di prove che

(1) Op. cit. Tom. I, sez. II.

lo confermino, dovremo contentarci di ritenere il primo dato, d'onde si dedurrà che per un palmo quadrato la pressione massima cui può resistere la malta è di rot. 29900; del quale valore ritenendo il decimo, fisseremo per modulo delle resistenze allo schiacciamento il peso di rot. 2990.

Paragonando questo numero all'altro 1803, che è la massima fra le pressioni nei letti dell'arco, si scorgerà chiaramente con qual grado di sicurezza si trovano adoperati i materiali della costruzione.

È pure da por mente che i calcoli fatti finora, oltre che condotti sopra elementi tolti dall'esperienza, con prudenza, avvegnachè si fossero considerati pei coefficienti di resistenza de' valori ben dieci volte minori degli estremi, si è pure avuto riguardo a non sfuggire le più sfavorevoli condizioni nella valutazione dei momenti che han servito per la ricerca della spinta orizzontale; ed invero si è considerata la parte componente i gradini e gli zoccoli laterali come un peso totalmente affidato all'arco, mentre in fatto la parte suddetta ha una resistenza a se, dipendente dal successivo e mutuo sostegno che si danno a vicenda i gradini e lo zoccolo, la quale riesce in sollievo del sottoposto arco. Similmente si è considerato la tesa che grava sul riposo centrale come un peso tutto appoggiato in cima all'arco, nell'atto che essa è parimenti ritenuta nell'imposta sul ballatoio superiore. Infine non si è pure avuto riguardo che l'arco di cui si tratta ed il suo analogo sull'altra diagonale della gabbia, si danno fra loro vicendevole so-

stegno per effetto della resistenza nelle superficie comuni della loro intersezione.

Non pertanto per rendere un'idea anche più sensibile del grado di robustezza dell'arco faremo un'ultima ricerca, consistente nel valutare quel peso di cui potrebbe caricarsene la cima.

Chiameremo Π questo peso ; (X, Y) , le coordinate dell'estremo della chiave prese relativamente allo spigolo inferiore della sezione di rottura nei reni; ed (X', Y') le coordinate dello stesso punto relativamente allo spigolo superiore della sezione di rottura alla imposta; denoteremo inoltre, per brevità con ϕ e ϕ' i secondi membri delle equazioni (A) e (B). Tenendo conto del peso Π si avrà

$$Q = \phi + \Pi \frac{X}{Y} \quad (d)$$

$$Q = \phi' = \Pi \frac{X'}{Y'} \quad (d')$$

È chiaro che assegnando a Π dei valori sempre crescenti, per tutte le sezioni nelle quali $\frac{X}{Y}$ ha un valore più grande di quello che compete alla primitiva sezione di rottura, potranno risultare per Q dei valori anche più grandi del primitivo, e quindi si avranno successivamente diverse sezioni di rottura. Ma osservando che $\frac{X}{Y}$ rappresenta la tangente dell'angolo che fa con la verticale la congiungente dell'estremo superiore della chiave con l'inferiore della sezione di rottura, ne risulta che il rapporto $\frac{X}{Y}$

potrà crescere fino al punto in cui la congiungente suddetta diviene tangente alla curva d'intradosso:

» Adunque in un arco equilibrato caricando la
» chiave con un peso sempre crescente, la sezio-
» ne di rottura può passare dalla primitiva sua po-
» sizione fino al punto di contatto con l'intradosso
» della tangente menata per l'estremo superiore
» della chiave (1) ».

Intanto qualunque sia il valore della spinta orizzontale per effetto del peso Π , è evidente, perchè l'arco rimanga equilibrato, esser necessario che il secondo membro della (d') sia sempre maggiore di

quello della (d); laonde se $\frac{X'}{Y'}$ è eguale o maggiore

di $\frac{X}{Y}$, questa condizione sarebbe verificata: « dun-

» que se la tangente condotta dall'estremo supe-
» riore della chiave alla curva d'intradosso fa con

(1) Dalle cose qui dette si fa noto che le sperienze fatte per determinare, negli archi, le sezioni di rottura, mercè pesi agenti sulla chiave, non valgono per istabilire in maniera generale la situazione di coteste sezioni; e quindi nel calcolare il valore della spinta orizzontale, cioè il massimo del secondo membro della (A) non può farsi a meno d'immaginare, nei reni dell'arco, diverse sezioni di rottura fino a quella che dà il cercato massimo, senza in generale rimaner contenti del valore che corrisponderebbe per quelle sezioni di rottura additate dall'esperienza.

» la verticale un angolo non maggiore di quello
 » che vi fa la congiungente l'estremo suddetto con
 » l'estremo superiore della sezione di rottura presso
 » l'imposta, ne risulta che qualunque sopraccarico
 » sulla cima dell'arco non può produrne la rottura
 » con moto rotatorio delle parti, ma sibbene per
 » effetto dello schiacciamento della pietra ».

Pel nostro caso si verifica appunto la enunciata condizione; dunque l'arco che abbiamo preso in disamina ha tal forma che caricato di un qualunque peso, in cima, non potrebbe venir meno se non quando la resistenza de' materiali soggiacerebbe alla eccessiva pressione.

Ciò premesso chiamiamo ϕ , il valore di Q trovato per la sezione $A'B'$ che passa precisamente pel punto di contatto della tangente menata nel modo detto di sopra, e se denotiamo con ϕ , il valore di Q per una sezione $a''b''$ vicinissima ad $A'B'$, è chiaro che il valore di Π che farà passare la sezione di rottura da $a''b''$ in $A'B'$ sarà un poco maggiore di quello che si ricava dalla equazione

$$\phi. + \frac{11.8}{6.8} \Pi = \phi. + \frac{x}{y} \Pi$$

Ora dovrebbe determinarsi il valore di ϕ .; ma rimanendo contenti di una qualche approssimazione considereremo la sezione $a''b''$ come intermedia alle due $A'B'$ e $A''B''$ e riterremo per valore di ϕ , un valore medio ai due valori di Q dati da (1) e (2). Lo stesso potremo fare con più approssimazione

circa il rapporto $\frac{X}{Y}$ il quale sarà medio fra $\frac{14.6}{8.7}$ che corrisponde al punto a' e $\frac{11.8}{6.8}$ che corrisponde al punto A' . Si avrà perciò, ponendo per ϕ , il valore (2),

$$11064 + 1.721\Pi = 11913 + 1.70\Pi$$

$$\text{da cui } \Pi = 40429$$

Si può dunque ritenere che assegnando al peso Π un valore poco più grande del già trovato; e quindi dei valori crescenti, la sezione di rottura rimarrà costantemente nel punto A' . Poniamo $\Pi = 41000$ e determiniamo qual pressione ne nasca nella sezione $A'B'$.

Si avrà prima

$$Q = 11064 + 41000 \frac{11.8}{6.8} = 70361.$$

e sarà quindi

$$T = (41000 + 10919) \sin 30^\circ.19' + 70361 \cos 30^\circ.19',$$

e fatti i calcoli verrà

$$T = 87118.$$

e poichè la sezione $A'B' = 9$. si avrà che la pressione sopra un palmo quadrato sarà pari a

$$\text{Rot. } 9679.$$

Paragonando questo risultato al numero 29900, che esprime quel peso dopo del quale un palmo quadrato di malta sarebbe schiacciato, e conside-

rando che per virtù del quattro semlarchi il peso Π sopra ognuno suppone un peso 4Π quando si considerano insieme, si conchiuderà che caricando la cima degli archi componenti le quattro tese di un peso pari a rot. 16400 l'equilibrio sussisterebbe: ma i materiali sarebbero esposti ad un cimento troppo forte perchè soffrirebbero una pressione che è circa la terza parte di quella che produrrebbe lo schiacciamento.

Ma volendo riconoscere con sufficiente approssimazione il valore di Π che produrrebbe nella sezione maggiormente premuta, un effetto non maggiore del decimo dello estremo, faremo le seguenti considerazioni.

Nella sezione di rottura si è trovata la pressione

$$T = 18033.$$

La considerazione del nuovo peso Π ci darà

$$T = 18033 + (\sin 38^\circ 44' + \frac{14.6}{8.7} \cos 38^\circ 43')$$

e poichè la sezione in mira è di palmi quadrati 10, il valore di Π che per ogni palmo indurrà la richiesta pressione, sarà dato da

$$29900 = 18033 \Pi (\sin 38^\circ 44' + \frac{14.6}{8.7} \cos 38^\circ 44')$$

in cui fatti i calcoli riuscirà

$$\Pi = 6129. \dots \dots (10).$$

Intanto questo valore di Π dovrebbe a rigore far

passare la sezione di rottura da ab in un'altra vicinissima; ma osservando d'altra parte che il peso il quale condurrebbe la sezione di rottura da a in $A'B'$, già molto vicina, e che ricaverebbesi dall'equazione $12772 + 1.678\Pi = 11913 + 1.700\Pi$, sarebbe $\Pi = 39045$; si vede chiaro che questo valore superando di molto l'altro (10) può conchiudersi che difatto il peso (10) sposterebbe la sezione di rottura tanto poco da ab che può seguitare a ritenersi quest'ultima, e conchiudere che il peso di rot. 6102 induca nella sezione maggiormente premuta uno sforzo pari al decimo di quella che produrrebbe lo schiacciamento.

Può dunque caricarsi la cima degli archi che formano le quattro tese di un peso, anche permanente, che equivalga al quadruplo del valore (10); e perciò sarà espresso in

$$\text{rot. } 24561.$$

Laddove gli archi fossero stati costruiti senza i vòti di cui si è già detto di sopra, il valore della spinta orizzontale si sarebbe trovato espresso da

$$Q = 15571$$

e sarebbe riuscito alquanto più grande del già trovato (1).

Da qui si rileva che i vòti lasciati negli archi hanno offerto un modo notevole per diminuire le spinte orizzontali, la qual cosa tanto più è giovevole, quanto più fosse uopo elevare la scala in piani superiori, dappoichè allora gli angoli del-

l'ambito soffrirebbero meno la spinta degli archi che successivamente vi sarebbero impostati.

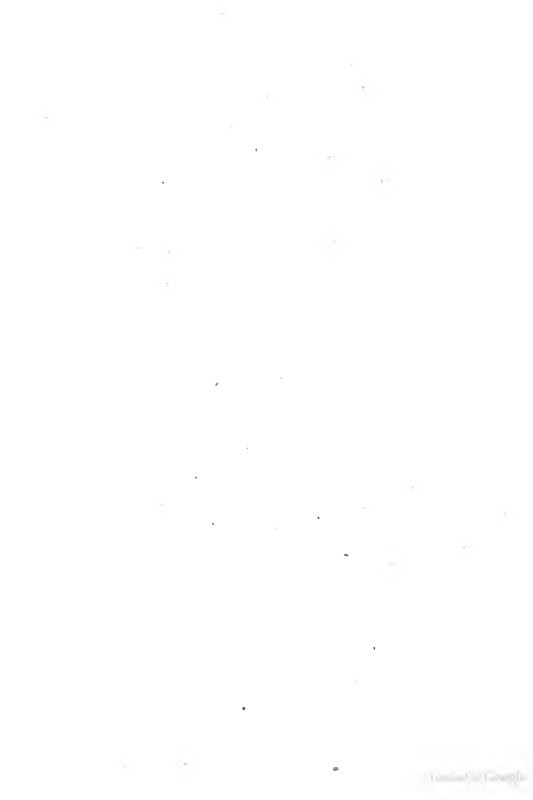
Ed in generale quante volte non potendo alterare la figura di un arco, fosse in pari tempo obbligo di avere una più tenue spinta orizzontale, può ben tenersi presente il trovato di lasciar dei vóti in costruzione procedenti verso la chiave; ed, in tal modo qualunque fosse la pietra cui convenisse costruir l'arco, potrebbe raggiungersi il fine, senza essere altrimenti obbligati a doversi servire d'altri materiali.

Caserta dicembre 1857.

CESARE GUARASCI.



585903



DA PAOLA I

D







